

Esercizi risolti e guidati

Metodo di sostituzione

1

Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6y + 3 = 2x. \end{cases}$$

- Si ricava da una delle due equazioni una variabile. Per esempio ricaviamo la x dalla prima equazione:

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ 6y + 3 = 2x. \end{cases}$$

- Si sostituisce l'espressione della x ottenuta dalla 1^a equazione, nella 2^a equazione. Si ha:

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ 6y + 3 = 2\left(\frac{2y + 1}{3}\right). \end{cases}$$

- La seconda equazione risulta ora dipendente solo dalla variabile y . Risolvendo questa equazione in y , si ricava il valore della variabile y :

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ 18y + 9 - 4y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ 14y + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

- Per ricavare la x , si sostituisce nella 1^a equazione, al posto della variabile y , il valore ricavato dalla 2^a equazione nel passaggio precedente:

$$\begin{cases} x = \frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1}{3} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right) \text{ è la soluzione del sistema.}$$

Metodo del confronto

2

Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x - 5y = 2 \\ 6y - 2x + 4 = 0. \end{cases}$$

- In entrambe le equazioni del sistema si ricava l'espressione della stessa variabile. Ricaviamo ad esempio la x :

$$\begin{cases} x = 2 + 5y \\ x = 3y + 2. \end{cases}$$

- Si uguagliano le espressioni di x ottenute, e si sceglie come seconda equazione del sistema una qualunque fra le due (la più semplice). Si ha:

$$\begin{cases} 2 + 5y = 3y + 2 \\ x = 2 + 5y. \end{cases}$$

- La prima equazione, dipende solo dalla variabile y ; la si ricava e si sostituisce il valore trovato nella seconda equazione, dalla quale si ricava la x .

$$\begin{cases} 2y = 0 \\ x = 2 + 5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2. \end{cases} \quad (2, 0) \text{ è la soluzione del sistema.}$$

Metodo di riduzione (o di addizione e sottrazione)

3 Risolvere il sistema:
$$\begin{cases} 5x - 3y + 2 = 0 \\ x + 3y - 4 = 0. \end{cases}$$

- La variabile y compare nelle due equazioni con coefficiente opposto. Sommando membro a membro le due equazioni si ottiene:

$$5x + x - 3y + 3y + 2 - 4 = 0 \Rightarrow 6x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

- Formando un sistema con $x = \frac{1}{3}$ e con una delle due equazioni iniziali si ha:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x + 3y - 4 = 0. \end{cases}$$

- Sostituiamo il valore di x nella seconda equazione e ricaviamo quello di y :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} + 3y - 4 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ 3y = 4 - \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ 3y = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{11}{9} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{1}{3}, \frac{11}{9} \right) \text{ è la soluzione del sistema.} \end{aligned}$$

4 Risolvere il sistema:
$$\begin{cases} 3x + 2y - 5 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0. \end{cases}$$

- Moltiplicando la prima equazione per 2 e la seconda per 3 si ottiene:
$$\begin{cases} 6x + 4y - 10 = 0 \\ 6x + 9y + 3 = 0. \end{cases}$$

- Sottraendo la seconda equazione dalla prima si ha:

$$\cancel{6x} - \cancel{6x} + 4y - 9y - 10 - 3 = 0 \Rightarrow -5y = 13 \Rightarrow y = -\frac{13}{5}.$$

- Scegliendo una delle due equazioni iniziali, dopo aver sostituito in essa $y = -\frac{13}{5}$, si ricava la x . Si ha:

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = -\frac{13}{5} \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{13}{5} \\ 3x + 2 \cdot \left(-\frac{13}{5}\right) - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{13}{5} \\ 15x - 26 - 25 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{13}{5} \\ x = \frac{51}{15} = \frac{17}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{17}{5}, -\frac{13}{5} \right) \text{ è la soluzione del sistema.} \end{aligned}$$

Metodo di CRAMER

5 Risolvere il sistema:
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 2. \end{cases}$$

Scriviamo il determinante del sistema indicando nella prima colonna i coefficienti di x (cioè: 2, 1) e nella seconda quelli di y (cioè: 1, -3).

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = (2) \cdot (-3) - (1) \cdot (1) = -6 - 1 = -7.$$

Scriviamo il determinante D_x , nel quale alla colonna dei coefficienti di x sostituiamo i termini noti (7, 2):

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-3) - (1) \cdot (2) = -21 - 2 = -23.$$

Procediamo allo stesso modo per D_y , sostituendo alla colonna dei coefficienti di y i termini noti:

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 7 \cdot 1 = 4 - 7 = -3.$$

La soluzione del sistema è data da:

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-23}{-7} \\ y = \frac{-3}{-7} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{23}{7}, \frac{3}{7} \right).$$

Esercizi vari

6 Risolvere con i 4 metodi studiati il sistema:
$$\begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 21x + 6y = 3. \end{cases}$$

Il sistema proposto può essere scritto nella forma:
$$\begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 7x + 2y = 1. \end{cases}$$

Sostituzione

$$\begin{cases} x = \frac{5+2y}{7} \\ 7 \cdot \frac{5+2y}{7} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+2y}{7} \\ 5 + 2y + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+2y}{7} \\ 4y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -1. \end{cases}$$

Confronto

$$\begin{cases} x = \frac{5+2y}{7} \\ x = \frac{1-2y}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5+2y}{7} = \frac{1-2y}{7} \\ x = \frac{1-2y}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y = -4 \\ x = \frac{1-2y}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{3}{7}. \end{cases}$$

Riduzione

$$\begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 7x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14x = 6 \\ 7x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ 7 \cdot \frac{3}{7} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -1. \end{cases}$$

CRAMER

$$D = \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = 14 + 14 = 28; \quad D_x = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 10 + 2 = 12; \quad D_y = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 7 - 35 = -28.$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}; \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-28}{28} = -1.$$

Esercizi proposti

Risolvere col metodo di sostituzione i seguenti sistemi.

$$10. \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 2x + y = -3. \end{cases} \quad [(5, 2); (-1, -1)]$$

$$11. \begin{cases} x + y = 5 \\ -x = y - 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - 2x = -7 \\ 3x - 2y = 8. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}; (2, -1)]$$

$$12. \begin{cases} x = 2y \\ 3x - 4y = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 2y = 1 \\ 3y - 3x = -\frac{3}{2}. \end{cases} \quad [(-2, -1); \text{indeterminato}]$$

$$13. \begin{cases} 3y = 2x - 4 \\ \frac{2}{3}x - y = x - \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{3}{4}x + y = 6. \end{cases} \quad \left[\left(+\frac{5}{3}, -\frac{2}{9} \right); (8, 0) \right]$$

$$14. \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = x - \frac{4}{3}y \\ 7x - 8y = 10; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{3} = 1 - y \\ \frac{1}{4}x + 2y = \frac{7}{4}. \end{cases} \quad [(-2, -3); (-1, 1)]$$

Esercizi proposti

Risolvere con il metodo del confronto i seguenti sistemi.

$$15. \begin{cases} 3x - y = 9 \\ 4x + 3y = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ 2x - 3y + 4 = 0. \end{cases} \quad [(2, -3); (1, 2)]$$

$$16. \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 5y = 2 - 3x; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y = 2y + 6 \\ \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y = 2. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{5} \right); (5, 3) \right]$$

$$17. \begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 7x - 2y = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = 1 - 6y \\ 10x + 9y = 0. \end{cases} \quad \left[(0, +3); \left(-\frac{3}{5}, \frac{2}{3} \right) \right]$$

$$18. \begin{cases} \frac{5}{3}x = 2y - 1 \\ x = \frac{3}{5}(y + 1); \end{cases} \quad \begin{cases} 15x - 3y = -5 \\ 5x - 3y = -3. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{9}{5}, 2 \right); \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{3} \right) \right]$$

$$19. \begin{cases} 3y = 2x - 1 \\ 2y - 5x = -8; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = 3 \\ \frac{1}{6}x + 4y = 3. \end{cases} \quad \left[(2, 1); \left(2, \frac{2}{3} \right) \right]$$

Esercizi proposti

Risolvere con il metodo di **riduzione** i seguenti sistemi.

$$20. \begin{cases} x + 2y = 13 \\ x - y = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 5x - 4y = 8. \end{cases} \quad [(3, 5); (-4, -7)]$$

$$21. \begin{cases} x = 4 - 2y \\ x - 4y = -5; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 4y = -4 \\ x + 8y = -3. \end{cases} \quad \left[\left(1, \frac{3}{2}\right); \left(-1, -\frac{1}{4}\right) \right]$$

$$22. \begin{cases} \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = \frac{1}{3} \\ 15x + 6y = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y = 2x - 3 \\ 9x - 6y + 2 = 0. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right); \left(-\frac{8}{5}, -\frac{31}{15}\right) \right]$$

$$23. \begin{cases} 3x = \frac{3}{4}y + 2 \\ 6x - 4 = 3(y - 2); \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - \frac{1}{3}y = 1 \\ 6x + 2y = 9. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{5}{3}, 4\right); \left(\frac{1}{2}, 3\right) \right]$$

$$24. \begin{cases} 8x + 9y = 0 \\ x = \frac{1}{4} - \frac{3}{2}y; \end{cases} \quad \begin{cases} x - 1 = 2y \\ 3x - 6y = 5. \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{3}{4}, \frac{2}{3}\right); \text{impossibile} \right]$$

Esercizi proposti

Risolvere con il metodo di **CRAMER** i seguenti sistemi.

$$25. \begin{cases} x + y = 4 \\ 6x - 2y = 16; \end{cases} \quad \begin{cases} y - 3x = -8 \\ 6x = 5 + 2y. \end{cases} \quad [(3, 1); \text{impossibile}]$$

$$26. \begin{cases} 3y - 2x = -1 \\ 5x + 2y = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3y = 6 \\ 3x + 5y = 30. \end{cases} \quad [(2, 1); (5, 3)]$$

$$27. \begin{cases} -x + 12y = 6 \\ 6y = x + 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 6 + x \\ 6y - 3x = 18. \end{cases} \quad \left[\left(0, \frac{1}{2}\right); \text{indeterminato} \right]$$

$$28. \begin{cases} x + 1 = 2y \\ y + 2x = -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x + 3y = -16. \end{cases} \quad [(-1, 0); (32, -16)]$$

$$29. \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - 2y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y - 5x = 10 \\ x - 8y = -9. \end{cases} \quad \left[\left(1, \frac{1}{2}\right); (-1, 1) \right]$$

■ Applicazione dei diversi metodi

Risolvere, con il metodo che si ritiene più opportuno, i seguenti sistemi lineari.

$$30. \begin{cases} x = -y \\ x + 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = y \\ y - x = -x. \end{cases} \quad [(-1, 1); (0, 0)]$$

$$31. \begin{cases} x + y = 2x \\ x + 3y = 4y; \end{cases} \quad \begin{cases} -x = 1 - y \\ y - x = 0. \end{cases} \quad [\text{Indeterminato; impossibile}]$$

$$32. \begin{cases} 14x - 2y = 6 \\ 5x + y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 6y = 6 \\ 6x - 4y = 4. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right); \text{indeterminato} \right]$$

$$33. \begin{cases} 6x - 3y = 45 \\ 4x - 2y = 30; \end{cases} \quad \begin{cases} 21x - 6y = 11 \\ 14x - 4y = 3. \end{cases} \quad [\text{Indeterminato; impossibile}]$$

$$34. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{4-5x}{6} \\ 2y - x = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2x-1}{3} + y = 1 \\ 5x + 9 + 2y = 30. \end{cases} \quad [(1, 2); (5, -2)]$$

$$35. \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y+2}{4} = \frac{5}{12} \\ 6x - 6y = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y-1}{6} = 0 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{5}{24}. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right); \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$36. \begin{cases} \frac{x+y}{4} = \frac{x-y}{6} + \frac{3}{4} \\ \frac{x}{4} + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - \frac{2x}{5} = 4 \\ \frac{4}{3}x - \frac{2y}{5} = \frac{88}{15}. \end{cases} \quad [(4, 1); (5, 2)]$$

$$37. \begin{cases} \frac{3(x-6)}{4} + \frac{4(y-7)}{5} = \frac{x+4}{10} - \frac{y-3}{4} \\ \frac{2x}{3} - \frac{y+1}{2} = \frac{3(x-1)}{5} - \frac{5y+1}{12}. \end{cases} \quad [(6, 7)]$$

$$38. \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-1}{3} = \frac{5x+3y}{8} - \frac{x-5y}{4} - 2 \\ \frac{2x+y}{3} - \frac{x+y}{4} = \frac{1}{2} - \frac{4x-1}{3} + \frac{5y+1}{6}. \end{cases} \quad [(1, 1)]$$

$$39. \begin{cases} \frac{3x+y}{6} - x - 1 = -\frac{y}{4} + \frac{x-3y}{12} \\ \frac{2(x-1)^2}{6} + y + \frac{y+2x}{10} = \frac{2+x^2}{3} + \frac{17}{30}y. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$40. \begin{cases} \frac{x+y+5}{6} + \frac{x-3y-5}{4} + \frac{2x+2y}{5} = \frac{26}{5} \\ \frac{2x-y}{3} - \frac{x-y}{6} = \frac{2x+3y-3}{7} - \frac{5}{6}. \end{cases} \quad [(8, 5)]$$

$$41. \begin{cases} \frac{7x-5y+13}{4} + \frac{x+y}{2} = \frac{2x+3y+7}{3} - \frac{3}{2} \\ \frac{3x+y-2}{3} + y - \frac{8x+3y}{5} = x + \frac{4y-2x}{3} - \frac{37}{5}. \end{cases} \quad [(4, 5)]$$

42.
$$\begin{cases} \frac{4x-2y}{2} + x = -\frac{1}{2} - \frac{y}{3} \\ x+y+2=0; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\frac{2x-1}{3} - \frac{1-2y}{3}}{2 - \frac{2}{3}} + \frac{x+y}{4} = 1 \\ 5x-y=4. \end{cases} \quad \left[\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right); (1, 1) \right]$$
43.
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y = 21 \\ x - \frac{3}{4}y = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{4} = 2 \\ \frac{x-2}{3} + \frac{y}{5} = 1. \end{cases} \quad [(12, 8); (2, 5)]$$
44.
$$\begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{11x-5y}{16} = \frac{11x+5y}{12} - \frac{x+4}{6} \\ \frac{13x+3y}{10} + \frac{7y-3x-4}{6} = \frac{15x+2y+4}{15} + \frac{8y-6x-32}{15}. \end{cases} \quad [(2, -2)]$$
45.
$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 - 2(xy-2) = (y-x)^2 \\ (x-y)^2 + 3(x+y) + 1 = (x-y)(x+y) - 2y(x-y) - 4y. \end{cases} \quad [(2, -1)]$$
46.
$$\begin{cases} (x+y)^3 + x - 2y + 4 = 3xy(x+y) + (x+y)(x^2 - xy + y^2) + y \\ 3y = x + 6. \end{cases} \quad [Impossibile]$$
47.
$$\begin{cases} 7x + y + 2(3x - 5y) = 4 \\ 3(3y - 2x) - (x - 6y) = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y = 6x + 2 \\ \frac{1}{5}(1-x) + \frac{1}{6}(2y-1) = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad [(1, 1); (1, 2)]$$
48.
$$\begin{cases} 3(2x+3y) - 4(4x-6y) = 6 \\ 11(3x-y) - 7(5x-2y) = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3)(y+5) = (x+1)(y+8) \\ (2x-3)(5y+7) = 2(5x-6)(y+1). \end{cases} \quad \left[\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right); \left(-\frac{33}{25}, -\frac{119}{25} \right) \right]$$
49.
$$\begin{cases} (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \\ (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1); \end{cases} \quad \begin{cases} 4(x+y) - 3(y-x) = 16 + 2(3x-5y) \\ 3(x+y) - 4(y-x) = -2(1+2y-4x). \end{cases} \quad [(7, 5); (5, 1)]$$
50.
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = (x-1)(x-2) + (y-2)^2 \\ (x-2)(y-1) = x(y-3) + 1 + x. \end{cases} \quad [(3, 2)]$$
51.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(2x-3)(x+2y) + x^2 = \frac{(4x-5)(x+y) + 1}{2} \\ (3x-4)(2x-y) = (2x-3)(3x-4y) + 5xy - 2(2+3y). \end{cases} \quad [(2, 3)]$$
52.
$$\begin{cases} y - x[1 - 2(1-x)] = 2(1-x)(1+x) \\ 6x - y - 1 - 2(4x+3) = 12(x+y). \end{cases} \quad [(-33, 35)]$$
53.
$$\begin{cases} 7(x+3) - 4(y+2) = 30 + 3(x-y+2) \\ 4(x-3) + 7(y-2) = 13 + 2(x+y); \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x+y) + 3(y-x) = 4 + 5x - 5y + 80 \\ 3x + 4y = 18 - 2y + 3(3y-2x). \end{cases} \quad [(7, 5); (6, 12)]$$
54.
$$\begin{cases} \frac{x+y}{9} = 1 \\ \frac{1}{5}(x-y) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=4 \\ \frac{4(3x-2y) - (x-1)}{11} + \frac{y-5}{2} = -\frac{3}{2}. \end{cases} \quad [(7, 2); (0, -4)]$$
55.
$$\begin{cases} (3x-y)^2 - 4(x+y) = 3x(3x+1) + y(y-4) + x(1-6y) - 8x \\ \frac{2x}{3} - \frac{y+1}{2} = \frac{3(x-1)}{5} - \frac{5y+1}{12}. \end{cases} \quad [Indeterminato]$$

$$56. \begin{cases} (x+y)^2 + 10x - y = (x+1)(y-3) + xy + x^2 + y^2 \\ 4x - y + \frac{8x+2y}{5} = 8 + \frac{2x+y}{5} \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$57. \begin{cases} (y-3)^2 + (x-2)^2 + 8x + 15 = (y-5)^2 + (x+3)(x-1) \\ \frac{2x+y}{5} - \frac{x}{3} - \frac{2y}{3} - 1 = 0 \end{cases} \quad [(1, -2)]$$

$$58. \begin{cases} \frac{7x-7}{3} + y - \frac{5}{3} - \frac{1}{9} \left[5 \left(\frac{7x}{2} - 5 \right) - (11 - 3x) \right] = 0 \\ x + 2y - \left[\frac{y-1}{3} - \left(\frac{2y+1}{2} + 5y \right) - \frac{2-y}{3} \right] = \frac{3}{2} \end{cases} \quad [(0, 0)]$$

$$59. \begin{cases} \frac{1}{3} \left(\frac{2-2y}{3} - x \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3x-4y}{2} + 2 \right) - \frac{9}{2} \\ 3 \left[x - \frac{1}{4} (2y-1) \right] = \frac{13}{4} (x+1) \end{cases} \quad [(2, -2)]$$

$$60. \begin{cases} \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(x + \frac{1}{3} \right)^2 + y = \frac{65}{36} \\ \frac{1}{2}x - \frac{2y - \frac{4}{5}}{\frac{3}{5} + 2} = \frac{\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}}{2 + \frac{7}{3}} \end{cases} \quad [(2, 1)]$$

$$61. \begin{cases} \frac{7y+13-5x}{4} + y = 2x - \frac{3y+2(x-8)}{3} \\ \frac{2x+5y}{6} - \frac{3x-4(3-2y)}{5} + x = 4 - \frac{15+2y-4x}{3} \end{cases} \quad [(5, 4)]$$

$$62. \begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{y}{4} - \frac{2}{3} \left(\frac{y}{2} - \frac{x+1}{4} \right) = -1 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{x-1}{2} - \frac{2y-3}{3} \right) - \frac{x+1}{2} + \frac{3}{4}y = 0 \end{cases} \quad [(-1, 0)]$$

$$63. \begin{cases} \frac{3(2x-y)}{4} + \frac{8}{5}(x+y) = 5x - 7y - 10 - \frac{33}{20} \\ x - \frac{3}{4}y + \frac{2 \left(y - \frac{3}{2}x \right)}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{x+y}{4} - \frac{9}{40} \end{cases} \quad [(2, -1)]$$

$$64. \begin{cases} \left[\frac{3}{8} \left(2 - \frac{4+x-y}{3} \right) - \frac{1}{4} \right] \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \left(x - \frac{2+y}{3} \right) = -\frac{27}{16} \\ \left[4 \left(1 - \frac{3-2x+y}{4} \right) - 1 \right] \cdot 2 - \frac{2}{3} \left(\frac{2x-1}{2} - \frac{1}{4}y \right) = \frac{31}{6} \end{cases} \quad [(2, 1)]$$

$$65. \begin{cases} \frac{2x+y-1}{2} - \frac{3x-y-1}{3} = -1 \\ \frac{x-4y}{4} - \frac{x+2y+3}{6} = \frac{11}{12} \end{cases} \quad [(1, -1)]$$

Risolvere i seguenti **sistemi frazionari**:

$$102. \begin{cases} \frac{6y+3}{1-x^2-2xy-y^2} + \frac{3}{x+y-1} = 0 \\ \frac{3}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{xy} = 0. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$103. \begin{cases} \frac{y-4}{x+y} = 1 - \frac{x(y+1)+4}{xy+y^2} \\ 1 + \frac{5x+11-4y^2}{16y^2-4} = \frac{1}{2y+1} \cdot \left(1 + \frac{3}{2}y\right); \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3x+8}{2x+9} = \frac{6y-5}{4y-3} \\ \frac{2x-1}{3x+8} = \frac{8y-7}{12y-1}. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}; (1,1)]$$

$$104. \begin{cases} \frac{2}{5} + \frac{x-1}{2x-1} = \frac{5x-y-8}{10x-5} \\ 1 - \frac{y-x}{3x} = \frac{1}{3} + \frac{3}{2x}. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$105. \begin{cases} (x+1)(y-2)+1 = (3-x)(4-y) \\ \frac{5}{2(4y-5)(7-6y)} = \frac{2x-3}{4y-5} - \frac{3x-4}{6y-7}. \end{cases} \quad \left[\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)\right]$$

$$106. \begin{cases} \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - (y+2)^2 = \frac{29}{4} + (x-y)(x+y) \\ 9 + \frac{1}{y} + \frac{4}{x-y} = \frac{3}{xy-y^2}. \end{cases} \quad [(3, -2)]$$

$$107. \begin{cases} \frac{3x + \frac{y}{2} - 10}{3x-4} + 7 = 0 \\ \frac{3y-10(3x-1)}{6} - \frac{y-3x}{4} + 1 = 0. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$108. \begin{cases} \frac{2y}{1-x} = x - \frac{29-(x+3)^2}{1-x} \\ 1 + 2y + \frac{6y}{x-4} = 2(y-2) - \frac{7}{\frac{x}{4}-1}. \end{cases} \quad [(2, -3)]$$

$$109. \begin{cases} 9(x+2) - \frac{(3x-1)^2}{x-2} = \frac{5(y-2)}{x-2} \\ \frac{2-x}{y+4} = 4 - \frac{x-1}{\frac{y}{4}+1}. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$110. \begin{cases} \frac{4x}{y} = \frac{x-1}{y-y^2} - \frac{4x+5}{1-y} \\ \frac{5(x-1)}{y+9} - 2 = \frac{2}{1+\frac{9}{y}}. \end{cases} \quad [(3, -2)]$$

$$111. \begin{cases} \frac{x+2}{y-4y^3} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{y} - \frac{2}{1+2y}\right) \\ \frac{y(x+4)}{x^2+xy} = 1 - \frac{x+1}{x+y}. \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

Esercizi proposti

Risolvere i seguenti **sistemi lineari**, a coefficienti numerici, di 3 equazioni in 3 incognite.

$$180. \begin{cases} x - 3y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ 4y - 3z = -1 \\ 5x + 2z = 11. \end{cases} \quad [(1, 2, 3); (1, 2, 3)]$$

$$181. \begin{cases} x + y = 13 \\ x + z = 8 \\ y + z = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 43 \\ x + y = 26 \\ x + z = 28. \end{cases} \quad [(6, 7, 2); (11, 15, 17)]$$

$$182. \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = 4 \\ x - y + z = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = z - 3 \\ x - 2y = -z \\ x + y - 2z = -3. \end{cases} \quad [(2, 2, 2); \text{indeterminato}]$$

$$183. \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ x + z = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + z = 1 \\ x + y = 0. \end{cases} \quad [(1, -1, 0); (1, -1, 0)]$$

$$184. \begin{cases} 3x + 2y + z = 0 \\ x - y + 5 = 10 \\ x + z = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = -1 \\ y + z = -4 \\ x + z = 1. \end{cases} \quad [(2, -3, 0); (2, -3, -1)]$$

$$185. \begin{cases} -3x - 2y + z = 4 \\ 2x - 3z = -13 \\ y + 2z = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y + 3z = -16 \\ x - 2y + 5z = -33 \\ 5x + 3y - z = 4. \end{cases} \quad [(-5, 6, 1); (-2, 3, -5)]$$

$$186. \begin{cases} x + y + z = 15 \\ x - y + z = 5 \\ y + z = 9 + x; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 32 \\ x + y - \frac{1}{2}z = 6 \\ x + y - z = 3. \end{cases} \quad [(3, 5, 7); (4, 5, 6)]$$

$$187. \begin{cases} \frac{3}{2}x + y + \frac{1}{2}z = 11 \\ 2x - y + 3z = 17 \\ x + 3y + 2z = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 1 + 4z \\ x + y = \frac{7}{12} + z \\ x + 3y = 1 + 2z. \end{cases} \quad \left[(3, 4, 5); \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$188. \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 0 \\ z + x = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0. \end{cases} \quad [(0, 0, 0); \text{indeterminato}]$$